ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝ.ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Μάθημα : Ιστορία των Μαθηματικών

Διδάσκων : Στυλιανός Νεγρεπόντης

ΕΡΓΑΣΙΑ 5 : (Μόνο για τους μεταπτυχιακούς)

«Περί της ρύσεως σημείου και για το αν αφορά την ένυλον ή άϋλον ευθεία του ισχυρισμού του G. Morrow . πάνω στα Σχόλια εις Στοιχεία του Ευκλείδη υπό του Πρόκλου
1)Επιχειρήματα περί ενύλου ή αύλου ευθείας.
2) Πώς βλέπει ο Πρόκλος τον ορισμός της ευθείας σε σχέση με τα τρία πρώτα Ευκλείδεια αιτήματα»

Μεταπτυχιακός φοιτητής : Ιωάννης Π. Πλατάρος

Αριθμός μητρώου: 211.502

ΑΘΗΝΑ 2001

Πρόκλος , Σχόλια στα Στοιχεία του Ευκλείδη (97, 6-17)

'Af or.zont ai dè αὐ τὴ ν καὶ κατ' ἄλλας μεθό δους, of mèν ῥύ σιν σημείου λέγοντες, of dè μέγεθος ἐφ' εν διαστατό ν. ἀλλ' oátoj mèν ὁ ὅ ρος τέλειό ς ἐστιν τὴ ν οὐ σίαν σημαίνων τῆ ς γραμμῆ ς, Ð dè σημείου ῥύ σιν εἰπὼν ἔοικεν ἀπὸ τῆ ς αἰτίας αὐ τὴ ν τῆ ς γεννητικῆ ς δηλοῦν καὶ οὐ πᾶσαν γραμμὴ ν ἀλλὰ τὴ ν ἄυλον παρ-ίστησι· taÚthn g¦ r Øf .sthsi tÕ shme‹on ¢merὲς ὑ πάρ-χον, Øp£rxewj dè τοῖς μεριστοῖς αἴτιον ὄ ν. ¹ dè ῥύ σις τὴ ν πρό οδον ἐνδείκνυται καὶ τὴ ν γό νιμον δύ ναμιν, τὴ ν ἐπὶ πᾶσαν διάστασιν φθάνουσαν καὶ οὐ κ ἐλαττου-μένην, t¾n aÙt¾n mèν ἑστῶσαν, p©si dè τοῖς μεριστοῖς τὴ ν οὐ σίαν παρεχομένην.

Ερμηνευτική απόδοση

Ορίζουν δε την γραμμή και με άλλους τρόπους.

Άλλοι μεν λένε ροή του σημείου, άλλοι δε, μέγεθος σε μια διάσταση[1].

Αλλά ο δεύτερος ορισμός μας δείχνει τέλεια την ουσία (περιεχόμενον) της γραμμής. Αυτός δε που λέει για την ρύσιν σημείου, φαίνεται να την εξηγεί από την σκοπιά της γεννητικής της αιτίας. Και είναι φανερόν, ότι δεν παριστάνει κάθε γραμμή, αλλά την άϋλον.[2] Διότι αυτή δίνει υπόσταση στο σημείο , αν και αμερές

[1] Ο Αριστοτέλης στα Μεταφυσικά , (1020$^{\alpha}$ 11-12) λέει χαρακτηριστικά: **«μεγέθους dè τὸ mèν ἐφ' εν sunecὲς μῆ κος, τὸ δ' ἐπὶ δύ ο πλάτος, τὸ δ' ἐπὶ τρία βάθος.»**

[2] Σε αυτό το κομμάτι ο G. Morrow έχει αντικαταστήσει στο αρχαίο κείμενο την λέξη «άϋλον» με «ένυλον» γράφοντας σχετικά: (μετάφραση) Το κείμενο διαβάζεται ως άϋλον, αλλά αυτό είναι ολίσθημα. Διότι η γραμμή διαγράφει την άμεση υλική της συνέπεια και το έχω μεταφράσει αναλόγως , όπως ο ver Eecke

να υπάρχει. Είναι δε το σημείο , αίτιο της υπάρξεως των πραγμάτων που μπορούν να μεριστούν. Η δε ρύσις φανερώνει την πρόοδο και την γόνιμη δύναμη , η οποία φθάνει σε όλες τις διαστάσεις και η οποία δεν ελαττώνεται και να παραμένει καθ΄ εαυτή η ίδια. Σε όλα δε τα μεριστά πράγματα , παρέχει την ουσία[3].(περιεχόμενον)

<u>Πρόκλος , Σχόλια στα Στοιχεία του Ευκλείδη</u> 179,22-180,1

. oŒn tÕ mὲν ἀπὸ σημείου γραμμὴν εὐθεῖαν ἐπὶ σημεῖον ἀγαγεῖν ὡς πρόχειρον λαμβάνει καὶ εὐπόριστον. τῇ γὰρ ὁμαλῇ ῥύσει τοῦ σημείου συγκινουμένη καὶ συμπροιοῦσα τῷ μηδαμοῦ μᾶλλον καὶ ἧττον ἀπονεύειν εἰς τὸ ἕτερον καταντᾷ σημεῖον.

Ερμηνευτική απόδοση[4]

Για παράδειγμα, όταν σχεδιάζουμε μια ευθεία από ένα σημείο σε ένα άλλο, αυτό είναι κάτι που (η σκέψη μας) λαμβάνει ως προφανές και το προσπορίζεται εύκολα. Διότι (η σκέψη μας) κινουμένη μαζί με την ομαλή ρύση του σημείου, ακολουθούσα περισσότερο προς την μία πλευρά και λιγότερο στην άλλη , φθάνει και συναντά το άλλο σημείο.

Επίσης ο Β. Σπανδάγος που έχει μεταφράσει μάλλον τον G. Morrow παρά το αρχαίο κείμενο, σε σχετική υποσημείωση στην μετάφραση του χωρίου, μας πληροφορεί , ότι ο Friedlein αναφέρει «άϋλον» αντί του ορθού υλική και προσθέτει ότι την άποψη αυτή συμμερίζοντι και οι P. Eecke και G. Morrow.

[3] Στην μετάφραση του αρχαίου κειμένου του Β. Σπανδάγου στα σχόλια του Πρόκλου στα Στοιχεία του Ευκλείδη, η ουσία επιλέγεται να σημαίνει το περιεχόμενο της ύλης, αφού έχει προηγηθεί η λανθασμένη ερμηνεία με το «ένυλον» σημείο. Κι εδώ το κείμενο στις υποσημειώσεις της μετάφρασης, ακολουθεί πιστά τις απόψεις του βιβλίου του G. Morrow.

[4] Ακολουθώ το πνεύμα της ερμηνευτικής απόδοσης του G. Morrow.

<u>Πρόκλος , Σχόλια στα Στοιχεία του Ευκλείδη</u> (185,1-187,18)

Pet. I–III. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸ ς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐ θεῖαν γραμμὴ ν ἀγαγεῖν καὶ peper asmšnhn eÙqe‹an kat¦ tÕ sunecὲς ἐπ' εὐ θείας ἐκβαλεῖν καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύ κλον γράψαι.

Ταῦτα τὰ τρία καὶ ἐναργείας ἕνεκα καὶ τοῦ πορίσασθαί τι προστάττειν ἡμῖν ἐν τοῖς αἰτήμασιν ἐξ ἀνάγκης ταχθήσεται κατά γε τὸ ν Γεμῖνον. tÕ mὲν γὰρ ἀπὸ παντὸ ς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐ θεῖαν γραμm¾n ¢gage‹n ˜pÒmenÒn ™sti tù ·Úsin εἶναι τοῦ σημείου τὴ ν γραμμὴ ν καὶ τὴ ν εὐ θεῖαν ὁ μαλὴ ν καὶ ἀπαρέγκλιτον ῥύ σιν. νοήσαντες οὖν τὸ σημεῖον κινού μενον τὴ ν ὁ μαλὴ ν καὶ ἐλαχίστην κίνησιν ἐπὶ θάτερον σημεῖον καταντήσομεν, kaˆ tÕ prîton a‡thma gšgonen oÙdὲν ποικίλον ἡμῶν ἐπινενοηκό των. e„ dὲ δὴ τῆ ς εὐ θείας σημείῳ περατουμένης ὡ σαύ τως νοήσαιμεν τὸ πέρας αὐ τῆ ς κινού μενον τὴ ν ἐλαχίστην καὶ ὁ μαλὴ ν κίνησιν, œstai tÕ deÚter on a‡thma por isqὲν ἀπὸ εὐ μηχάνου καὶ ἁπλῆ ς ἐπιβολῆ ς. e„ dὲ αὖ μένουσαν μὲν τὴ ν πεπερασμένην εὐ θεῖαν κατὰ θάτερον, kinoumšnhn dὲ περὶ τὸ μένον κατὰ τὸ λοιπό ν, τὸ τρίτον ἂν εἴη γένος. kšntr on mὲν γὰρ ἔσται τὸ μένον σημεῖον, διάστημα dὲ ἡ εὐ θεῖα. ὅ ση γὰρ ἂν αὕ τη τυγχάνῃ, τοσοῦτο ἔσται τὸ ἀπό στημα τοῦ κέντρου πρὸ ς πάντα τὰ μέρη τῆ ς περιφερείας. εἰ δέ τις ἀποροίη, πῶς κινήσεις ἐπεισάγομεν τοῖς γεωμετρητοῖς ἀκινήτοις οὖσιν, pîj dὲ τὰ ἀμερῆ κινοῦμεν–taàta g¦ r ¢dÚnata εἶναι παντελῶς–ἀξιώσομεν αὐ τὸ ν μὴ παντάπασιν δυσχεραίνειν μεμνημένον τῶν ἐν ἀρχῇ προαποδεδειγμένων, ὡ ς

ἄρα περὶ τῶν ἐν φαντασίᾳ κειμένων οἱ λόγοι γράφουσιν ἐκεῖ πάντα τὰ τῆς διανοίας εἰκόνας ὧν ἔχει λόγων. τὸ γὰρ ἄγραφον γραμματεῖον οὗτος ἦν ὁ τελευταῖος νοῦς καὶ παθητικός. ἀλλ' oÙdὲν ἡμῖν ὁ λόγος οὗτος. ὁ γάρ τοι νοῦς ὁ τὰ εἴδη δεχόμενος ἀλλαχόθεν διὰ κινήσεως αὐτὰ δέχεται. t¾n dὲ κίνησιν μήτοι σωματικὴν ἀλλὰ φανταστικὴν νοήσωμεν καὶ τὰ ἀμερῆ τὰς mὲν σωματικὰς κινήσεις κινεῖσθαι μὴ συγχωρῶμεν τὰς dὲ αὖ φανταστικὰς διεξόδους ὑπομένειν. καὶ γὰρ ὁ νοῦς ἀμερὴς ὢν κινεῖται καὶ οὐ τοπικῶς καὶ ἡ φαντas.a kat¦ tÕ ˜autÁj ¢merὲς ἔχει κίνησιν ἰδίαν· ¹mexj dὲ εἰς τὰς σωματικὰς κινήσεις ἀποβλέποντες ἀπογινώσκομεν τῶν ἐν τοῖς ἀδιαστάτοις κινήσεων. τοῦ mὲν οὖν σωματικοῦ τόπου καὶ τῶν ἔξω κινήσεων τὰ ἀμερῆ καθαρεύει· kin»sewj dὲ ἄλλο εἶδος καὶ τόπος ἄλλος ἐπ' αὐτῶν θεωρεῖται ταῖς κινήσεσι σύστοιχος, ἐπεὶ καὶ θέσιν ἔχειν τὸ σημεῖον ἐν τῇ φαντασίᾳ λέγομεν καὶ οὐ ζητοῦμεν, pîj ¢merὲς ἔτι δύναται μένειν τὸ κινούμενόν που καὶ περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ τόπου. tÒpoj g¦r tîn mὲν διαστατῶν διαστατός ἐστι, tîn dὲ ἀμερῶν ἀδιάστατος. ἄλλα οὖν τὰ ἰδίως τῶν γεωμετρητῶν εἴδη καὶ ἄλλα τὰ ἀπ' ἐκείνων ὑφιστάμενα, καὶ ἄλλη τῶν σωμάτων κίνησις, ἄλλη τῶν ἐν φαντασίᾳ νοουμένων, καὶ ἄλλος ὁ τῶν διαστατῶν τόπος, ἄλλος ὁ τῶν ἀμερῶν. καὶ χρὴ ταῦτα διελομένους μὴ συγχεῖν mhdὲ ἐπιταράττειν τῶν πραγμάτων τὰς οὐσίας.

”Eoiken m¾n tîn triîn toÚtwn a„thm£twn tÕ mὲν πρῶτον ἐν εἰκόσιν ἡμῖν ἐμφανίζειν, ὅπως τὰ ὄντα περιέχεται ἐν τοῖς αὐτῶν αἰτίοις ἀμερεστέροις οὖσι καὶ ὁρίζεται ἀπ' αὐτῶν, καὶ ὅτι καὶ πρὶν ὑποστῇ πανταχόθεν ὑπ' ἐκείνων περιείληπται—καὶ γὰρ ἡ εὐθεῖα

τῶν σημείων ὄ ντων ἐπὶ θάτερον ἀπὸ θατέρου ἐπι-
ζεύ γνυται καὶ περατοῦται ὑ π' αὐ τῶν καὶ μεταξὺ αὐ τῶν
ἀπείληπται–tÕ dè δεύ τερον, ὅ πως τὰ ὄ ντα ἐχό μενα
τῶν οἰκείων ἀρχῶν πρό εισιν ἐπὶ πάντα τήν τε πρὸ ς
ἐκεῖνα συνέχειαν φυλάττοντα καὶ μὴ ἀποσπώμενα ἀπ'
αὐ τῶν, ἀλλὰ διὰ τὴ ν ἀπειροδύ ναμον αἰτίαν πάντη
ἐπειγό μενα χωρεῖν, tÕ dè τρίτον, ὅ πως τὰ προελθό ντα
πάλιν ἐπιστρέφεται πρὸ ς τὰς οἰκείας ἀρχάς. ἡ γὰρ
τοῦ κινουμένου περὶ τὸ μένον στροφὴ τὸ ν κύ κλον
ἀπογεννῶσα μιμεῖται τὴ ν κατὰ κύ κλον ἐπάνοδον.

Ερμηνευτική απόδοση του χωρίου :

(Μετά τα Ευκλείδεια αξιώματα)

Αυτά τα τρία, εξ αιτίας της καθαρότητας και του προστάγματος να ποριστούμε κάτι, είναι κατά τρόπο απαραίτητο ταξινομημένα μεταξύ των αξιωμάτων. , σύμφωνα με τον Γέμινον. Ο σχεδιασμός της γραμμής από οποιοδήποτε σημείο σε άλλο, έπεται της συλλήψεως της γραμμής ως ροής σημείου και της ευθείας , ως της ομοιόμορφης και χωρίς αποκλείσεις ροής του.

Γιατί , αν θεωρήσουμε το σημείο να κινείται ομοιόμορφα, στον συντομότερο δρόμο, θα έλθουμε στο άλλο σημείο και έτσι θα έχουμε το πρώτο αίτημα , χωρίς καμία σύνθετη διαδικασία σκέψεως.

Και αν πάρουμε μία ευθεία γραμμή ως περιορισμένη από ένα σημείο(δηλ. ευθ. τμήμα) και όμοια φανταστούμε το άκρο της ως κινούμενο ομοιόμορφα στον συντομότερο δρόμο , το δεύτερο αίτημα θα προκύψει με ευμήχανο τρόπο και απλά επιβάλλεται.

Και αν σκεφθούμε ένα ευθύγραμμο τμήμα που να έχει το ένα του άκρο σταθερό και το άλλο του άκρο να κινείται γύρω από το σταθερό σημείο, θα λέγουμε παράξει το τρίτο αίτημα. , γιατί το σταθερό σημείο θα είναι το κέντρο και η το ευθ. τμήμα η ακτίνα και οποιοδήποτε και να είναι το μήκος αυτής της γραμμής, , θα είναι η απόσταση (το απόστημα) που ξεχωρίζει το κέντρο από όλα τα σημεία

της περιφέρειας. Αν δε κάποιος απορία εκφράσει σχετικά με το πώς μπορούμε να εισάγουμε κινήσεις στα γεωμετρικά αντικείμενα που είναι ακίνητα, και πώς κινούμε τα αμερή, (διότι αυτό είναι παντελώς αδύνατον) , θα αξιώσουμε από αυτόν, να μην δυσανασχετεί και θα του υπενθυμίσουμε αυτό που αποδείχθηκε στην εισαγωγή για τα πράγματα στην φαντασία. , δηλαδή, , δηλαδή ότι οι ιδέες μας εγγράφουν εδώ (στην φαντασία) τις εικόνες όλων των πραγμάτων για τα οποία η αντίληψη έχει ιδέα και ότι αυτή η άγραφη πινακίδα, είναι η κατώτερη μορφή του νου , ή «παθητική» . η δήλωση αυτή όμως δεν διώχνει την δεν απαλείφει τις δυσκολίες μας, γιατί ο νους που λαμβάνει αυτές τις μορφές από αλλού τις λαμβάνει μέσω της κινήσεως. Αλλά ας σκεφθούμε αυτή την κίνηση, όχι ως κίνηση σώματος, αλλά ως φανταστική. Και ας μην παραδεχθούμε ότι τα πράγματα χωρίς μέρη κινούνται με τρόπους σωμάτων, αλλά περισσότερο να παραδεχθούμε ότι υπόκεινται στους τρόπους της φαντασίας. Γιατί και ο νούς(σκέψη) , αν και χωρίς μέρη, κινείται αλλά όχι στον χώρο. Και η φαντασία έχει το δικό της είδος κινήσεως το οποίο ανταποκρίνεται στο γεγονός, ότι η ίδια είναι χωρίς μέρη.

Τα χωρίς μέρη πράγματα, δεν έχουν υλικό διάστημα και εξωτερικές κινήσεις, αλλά ένα άλλο είδος κινήσεως, και άλλο τόπο(διάστημα) που είναι σύστοιχος(προσιδιάζει) με την κίνησή τους και που μπορεί να διακριθεί σε αυτά. Λέμε ότι το σημείο έχει θέση στην φαντασία και δεν ρωτάμε πως κάτι μπορεί να παραμείνει χωρίς μέρη και όμως να κινείται κάπου και να περιέχεται από το διάστημα . Ο τόπος των διαστατών είναι διαστατός και των αδιαστάτων(=αμερών) αδιάστατος .

Συνεπώς οι μορφές που είναι χαρακτηριστικές σε γεωμετρικά αντικείμενα, είναι αρκετά διαφορετικές , από τα πράγματα των οποίων η ύπαρξη προέρχεται από αυτά. Η κίνηση των σωμάτων είναι αρκετά διαφορετική από την κίνηση των αντικειμένων που περιλαμβάνει η φαντασία. Αυτά πρέπει να τα κρατήσουμε χωριστά , να μην τα συγχέουμε και να μην ανακατεύουμε τις φύσεις των πραγμάτων.

Φαίνεται ότι από αυτά τα τρία αιτήματα, το πρώτο εκφράζει με μια εικόνα το πώς υπαρκτά πράγματα περιέχονται μεταξύ των πιο αμερών αιτίων τους και

περιορίζονται από αυτά. Και ακόμα περιλαμβάνονται σε αυτά σε όλες τις μορφές πρίν ακόμη έλθουν σε ύπαρξη. Η ευθεία γραμμή για παράδειγμα, συνδέει ήδη υπάρχοντα σημεία μεταξύ τους, περιορίζεται από αυτά και περιλαμβάνεται μεταξύ αυτών. Τα δεύτερο αίτημα δείχνει πως τα πράγματα μπορούν να κρατιούνται σταθερά στις δικές τους πηγές και ακόμα να βγαίνουν έξω προς άλλα πράγματα διατηρώντας την συνέχεια και τις αρχές τους και δεν ξεχωρίζονται από αυτές. Αλλά πάντα οδηγημένα από την παντοδύναμη αιτία, μέσα σε αυτά να προχωρούν. Και το τρίτο αίτημα δείχνει ότι οτιδήποτε πάει μπροστά , γυρίζει πάλι στο δικό του σημείο εκκινήσεως , διότι η περιστροφή του κινουμένου μέρους του ευθ. τμήματος γύρω από το σταθερό του πέρας, μιμείται την κυκλική επιστροφή.

<u>Επιχειρήματα υπέρ της αύλου ευθείας</u>

Η επέμβαση που έκανε ο G. Morrow στο αρχαίο κείμενο , ομοιάζει αψυχολόγητη και αυτό θα προσπαθήσουμε να καταδείξουμε επικαλούμενοι κάποια επιχειρήματα:

- Ο Αριστοτέλης στα μετά τα φυσικά Β΄(102a 4-8) αναφερόμενος στο οντολογικό πρόβλημα της ουσίας των γεωμετρικών αντικειμένων, αναφέρει. : «ἀλλὰ μὴν τό γε σῶμα ἧττον οὐσία τῆς ἐπιφανείας, καὶ αὕτη τῆς γραμμῆς, καὶ αὕτη τῆς μονάδος καὶ τῆς στιγμῆς· τούτοις γὰρ ὥρισται τὸ σῶμα, καὶ τὰ μὲν ἄνευ σώματος ἐνδέχεσθαι δοκεῖ εἶναι τὸ δὲ σῶμα ἄνευ τούτων ἀδύνατον»

Δηλαδή: , Αλλά και το σώμα είναι λιγότερο ουσία από την επιφάνεια, και η επιφάνεια λιγότερο ουσία από την γραμμή και η γραμμή λιγότερο ουσία από από την μονάδα και το σημείο, αφού από όλα αυτά ορίζεται το σώμα. Αυτά μεν φαίνεται ότι είναι δυνατόν να υπάρξουν χωρίς σώμα. Το σώμα δε, είναι αδύνατον να υπάρξει χωρίς αυτά.

Λίγο πιο κάτω ο Αριστοτέλης (Μετά τα φυσικά Β΄102a 13- 20) λέει :

«ἀλλὰ μὴν εἰ τοῦτο μὲν ὁμολογεῖται, ὅτι μᾶλλον οὐσία τὰ μήκη τῶν σωμάτων καὶ αἱ στιγμαί, ταῦτα δὲ μὴ ὁρῶμεν ποίων ἂν εἶεν σωμάτων (ἐν γὰρ τοῖς αἰσθητοῖς ἀδύνατον εἶναι), οὐκ ἂν εἴη οὐσία οὐδεμία. ἔτι δὲ φαίνεται ταῦτα πάντα διαιρέσεις ὄντα τοῦ σώματος, τὸ μὲν εἰς πλάτος τὸ δ' εἰς βάθος τὸ δ' εἰς μῆκος»

Δηλαδή, αν δεχόμαστε τα μήκη των σωμάτων και τα σημεία είναι περισσότερο ουσίες από τα σημεία ότι περισσότερο ουσίες από τα ίδια τα σώματα, και παρ΄ όλα αυτά δεν βλέπουμε σε τι είδους σώματα μπορούν να ανήκουν (διότι αποκλείεται να ανήκουν σε αισθητά σώματα) τότε δεν υπάρχει καμία ουσία. Επί πλέον όλα αυτά είναι διαιρέσεις σώματος σε πλάτος σε βάθος ή σε μήκος.
Οι παραπάνω απόψεις του Αριστοτέλους περισσότερο περιπλέκουν το πρόβλημα , αν και υπάρχει μια ξεκάθαρη θέση του, ότι δηλαδή , τα Γεωμετρικά αντικείμενα κατ΄ ουδένα τρόπο έχουν υλική υπόσταση (πέρα από το πρόβλημα της οντολογίας τους) Αυτό φαίνεται να ρίχνει ένα φως , αφού και ο Πρόκλος καλώς γνώριζε το έργο του Αριστοτέλη. Πρέπει λοιπόν να δεχθούμε –καθώς Αριστοτέλης έφα, - ότι δεν υφίσταται υλική γραμμή.

- «Τα μεριστά» πράγματα που αναφέρονται στο κείμενο του Πρόκλου, είναι σαφώς γεωμετρικά αντικείμενα , όπως ευθ. τμήματα, ευθείες, γραμμές , επίπεδα, γωνίες , τα οποία προφανώς και δεν έχουν υλική υπόσταση. Αν δεχόμαστε υλική υπόσταση για την ευθεία, τότε θα είχαμε και υλική επιφάνεια και υλική γωνία και –τέλος- υλικά γεωμετρικά σχήματα, αφού σύμφωνα και με τον Πρόκλο, τα ανώτερης διάστασης γεωμετρικά αντικείμενα έχουν ως μέρη γ. αντικείμενα κατώτερης διάστασης. Είναι λοιπόν εύλογο να υποθέσουμε ότι η υλική υπόσταση των δομικών στοιχείων προσδίδει υλική υπόσταση και στα παράγωγα . Όταν λοιπόν δεχθούμε ‘ότι το σημείον είναι μη υλικό , μη υλικά θα είναι και όλα τα παράγωγα αυτού. Κι αυτό δεν έχει να κάνει με την υπόλοιπη οντολογική υπόσταση του σημείου .
- Προφανώς οιονεί έννοια «υλική ευθεία» ουδαμού αναφέρεται, αν και ο G. Morrow χρησιμοποιεί τον όρο, ως παράγωγο της ρύσεως σημείου . Φαίνεται όμως να κάνει –όπως θα έλεγε κι ο Αριστοτέλης- «λήψη του ζητουμένου»
- Ο Πρόκλος δεν έχει κανένα πρόβλημα με τον ορισμό του σημείου από τον Ευκλείδη ως οντότητας που δεν έχει μέρος . Συνεπώς , πώς θα μπορούσε μια οντότητα που δεν έχει μέρος , να έχει υλική υπόσταση; Οι απόψεις του Δημοκρίτου περί του έσχατου ορίου της ύλης , προφανώς(μπορούμε να εικάσουμε βασίμως) ήταν γνωστές στον Πρόκλο . Μάλιστα η οντολογική φύση του ατόμου σημαίνει το μη επ΄ άπειρον διαιρετόν των υλικών πραγμάτων . Ο Δημόκριτος ήταν σαφής

λέγοντας το έσχατο όριο της ύλης άτομο (= α στερητικό + τομή) Η οντολογική φύση όμως του σημείου επιτρέπει την επ΄ άπειρον διαίρεση λ.χ. ενός ευθυγράμμου τμήματος , πράγμα που αυτομάτως αποκλείει την υλική υπόσταση του σημείου.

- Ο Πρόκλος (**179,22-180,1**) λέει ότι ότι όταν **σχεδιάζουμε** μια γραμμή , αυτό η σκέψη μας το προσλαμβάνει εύληπτα . Διότι (**η σκέψη μας) ακολουθώντας** την ομαλή ρύση του σημείου , και προχωρώντας χωρίς παρέκκλιση πιο πολύ στο ένα μέρος από ό,τι στο άλλο, φθάνει στο άλλο σημείο.

  Είναι προφανές , ότι ο Πρόκλος ομιλεί για μια πραγματική ρύση πέννας ή μολυβδίδος ή κιμωλίας σε άβακα ή άλλη επιφάνεια την οποία ακολουθεί η σκέψη μας **βλέποντας την ροή** –τροχιά της **γραφικής ύλης .**

- Λέει ο Πρόκλος στο τρίτο προαναφερόμενο χωρίο, ότι «ἐπεὶ καὶ θέσιν ἔχειν τὸ σημεῖον ἐν τῇ φαντασίᾳ λέγομεν καὶ οὐ ζητοῦμεν, πῶς ἀμερὲς ἔτι δύναται μένειν τὸ κινούμενόν» Κατά την γνώμη μας αυτό παραπέμπει ευθέως στην φανταστική –και άρα άυλον - θεώρηση της ρύσης του σημείου.

<u>Πώς βλέπει ο Πρόκλος τον ορισμό της ευθείας ως ρύσεως σημείου, σε σχέση με τα τρία πρώτα Ευκλείδεια αιτήματα.</u>

- Η πρώτη ενδιαφέρουσα παρατήρηση που κάνει ο Πρόκλος σε σχέση με τον ορισμό της ρύσεως σημείου , είναι ότι ο σχεδιασμός μιας γραμμής από οποιοδήποτε σημείο σε οποιαδήποτε σημείο, **έπεται** της συλλήψεως της γραμμής ως ρύσεως σημείου. Θεωρεί δε μάλιστα την θεώρηση της ρύσεως ως υποβοηθητική για την καλύτερη σύλληψη του νοήματος του πρώτου αιτήματος[5]

[5] , καὶ τὸ πρῶτον αἴτημα γέγονεν οὐδὲν ποικίλον ἡμῶν ἐπινενοηκότων

- Επίσης **προσαρμόζει** την ρύσιν σημείου και στο δεύτερο αίτημα, λέγοντας , ότι αν πάρουμε μια γραμμή που είναι περιορισμένη από ένα άκρο σημείο και φανταστούμε αυτό το άκρο να προεκτείνεται προς το άκρο κατά τον συντομότερο δρόμο , τότε θα πάρουμε το δεύτερο αίτημα με καλό μηχανικό[6] τρόπο. [7]
- Εξετάζει επίσης ο Πρόκλος και την ρύσιν του σημείου ως δημιουργούντος περιφέρεια κύκλου. [8]

Με την παραπάνω θεώρηση ο Πρόκλος, μας υποδεικνύει με ενάργεια, το πώς τα τρία κατασκευαστικά αιτήματα του Ευκλείδη, νοούμενα με την βοήθεια της ρύσεως σημείου , ουσιαστικά δίνουν και τις ίδιες τις κατασκευές (με την βοήθεια της –φανταστικής- ρύσεως σημείου.)

Πρέπει επίσης να σχολιασθεί το γεγονός ότι ο Πρόκλος χρησιμοποιεί ταυτόχρονα με την ρύσιν του σημείου και τον **Αρχιμήδειο ορισμό** της ευθείας περί **«ελαχίστης αποστάσεως»** μεταξύ δύο σημείων, πράγμα που προϋποτίθεται ώστε η φαντασίας μας να συλλάβει την έννοια της ρύσεως.

Για την διαφαινόμενη αντίφαση και εύλογη ένσταση που θα μπορούσε να εκφράσει κάποιος λέγοντας για το τι νόημα θα μπορούσε να είχε η κίνηση αμερούς οντότητας όπως το σημείο, δίνει την απάντηση ότι σε αυτό ότι τα αμερή υπόκεινται στους τρόπους της φαντασίας[9] . Αυτό θα μπορούσε δε να συνιστά και επιπρόσθετο επιχείρημα περί του αύλου χαρακτήρα της ρύσεως σημείου και παράγογα της ευθείας.

---

[6] ο Μηχανικός τρόπος εννοιολογικά πάντα προϋποθέτει κίνηση.

[7]«ὡ σαύ τως νοήσαιμεν τὸ πέρας αὐ τῆ ς κινού μενον τὴ ν ἐλαχίστην καὶ ὁ μαλὴ ν κίνησιν, ἔσται τὸ δεύ τερον αἴτημα porisqὲν ἀπὸ εὐ μηχάνου καὶ ἁπλῆ ς ἐπιβολῆ ς»

[8] «εἰ dὲ αὖ μένουσαν mὲν τὴ ν πεπερασμένην εὐ θεῖαν κατὰ θάτερον, κινουμένην dὲ περὶ τὸ μένον κατὰ τὸ λοιπό ν, τὸ τρίτον ἂν εἴη γένος. κέντρον mὲν γὰρ ἔσται τὸ μένον σημεῖον, διάστημα dὲ ἡ εὐ θεῖα. ὅ ση γὰρ ἂν αὕ τη τυγχάνῃ, τοσοῦτο ἔσται τὸ ἀπό στημα τοῦ κέντρου πρὸ ς πάντα τὰ μέρη τῆ ς περιφερείας»

[9] «τὴ ν dὲ κίνησιν μή τοι σωματικὴ ν ἀλλὰ φανταστικὴ ν νοήσωμεν καὶ τὰ ἀμερῆ τὰς mὲν σωματικὰς κινήσεις κινεῖσθαι μὴ συγχωρῶμεν τὰς dὲ αὖ φανταστικὰς διεξό δους ὑ πομένειν»